

КРАСИМИР П. ХРИСТОВ

**КАЛКУЛАТОРЪТ
В ПОМОЩ НА УЧЕНИКА**

А Н С И ДРОБ

ВАРНА, 2006

Красимир П. Христов – автор, 2006

Редакция, графично оформление и
предпечатна подготовка – Йорданка Богдева

Книгоиздателство ИНФОМАРКЕТ

ISBN 9 5 4 - 3 7 4 - 0 0 1 - 1

С настоящото издание Ви представяме решаването на 32 задачи (от практиката) с помощта на калкулатор. Свързани са с използването на математика и физика, но са чисто любителски. Съставени са от техния автор на базата на негови лични наблюдения.

Класическият калкулатор представлява преносима сметачна машина, с помощта на която могат да се извършват математически изчисления. Някои нови научни калкулатори поддържат с помощта на Компютърно-алгебраична система (КАС) т. нар. „символна математика“. Възможните изчисления зависят преди всичко от типа на самия калкулатор. Практически всички днешни калкулатори използват електронни схеми и LCD-дисплеи за извеждане на резултата. Захранването най-често се състои от батерия или слънчева клетка. Изчислителни функции биват вграждани и в други уреди: мобилни телефони, ръчни часовници, PDA.

Калкулаторите са съвременни електронни устройства с най-различно предназначение: за търговски цели, за научни, учебни, финансови и др. Те биват: стандартен калкулатор (Standard calculator), дробен (Fractions calculator), научен (Scientific calculator), графичен калкулатор (Graphing calculator), ипотечен (Mortgage calculator), за изчисляване на заеми и наеми (Loan calculator, Lease calculator), за превръщане на валута (Currency calculator), за превръщане на мерни единици (Units Converter) и пр.

Вграден калкулатор имат всички Windows-системи, online калкулатори работят на сайтовете на компаниите за недвижими имоти, банките, порталните сайтове и др. (валутен калкулатор, данъчен калкулатор и пр.).

Някои от калкулаторите имат до 600 вградени функции и до 256KB RAM, могат да бъдат програмируеми, да представят 2D-графични изображения, да се свързват с PC и Mac, да поддържат функции infrared I/O, вграден бележник-органайзер и т. н.

Най-известните производители на калкулатори са: Sharp, Casio, Canon, Texas Instruments, Hewlett Packard, Victor, Sinclair Research, Elektronika, Elka и др.

Повече информация за съвременните калкулатори може да намерите в Интернет:

<http://www.nextag.com/calculators/search-html>; <http://www.dealtime.com/xPP-calculators>

<http://en.wikipedia.org/wiki/Calculator>; <http://www.calculator.com/>; <http://www.math.com/students/calculators/source/scientific.htm>; <http://www.calculator.org/>;

<http://www.astro.wisc.edu/~dolan/constants/calc.html>; http://www.unclejoes.com/fax_machines.htm#Calculators.

Ето и някои от най-добрите съвременни модели:

Texas Instruments TI-83 Plus Graphic Calculator	HP 17BII+ Financial Calculator
Texas Instruments TI-89 Titanium Scientific Calculator	HP HEWLETT-PACKARD 12C Platinum Financial Calculator
Texas Instruments TI-84 Plus Graphic Calculator	Sharp EL233SB Pocket Calculator
Texas Instruments TI-84PLUS Programmable Graphing Calculator	Sharp 10 digit 326 functions twin pwr blister pack
Texas Instruments TI-30XA Scientific Calculator	Sharp EL-480S Basic Calculator
Texas Instruments Middle Grade Graphing Calculator	Sharp EL-733A Scientific Calculator
Texas Instruments TI-15 School Calculator	Sharp QS-2130 Scientific Calculator
Texas Instruments TI-83 Plus Graphic Calculator	Sharp EL-334FB Scientific Calculator
Texas Instruments TI-89 Titanium Scientific Calculator	Canon HS1200TS Minidesk Calculator
Texas Instruments TI-84 Plus Graphic Calculator	Canon MP-25DIII Scientific Calculator
Texas Instruments Voyage 200 Graphic Calculator	Canon LS-716H Basic Calculator
Hewlett Packard HP 12c Scientific Calculator	Canon LS-555H Basic Calculator
HP 12c Financial Calculator	Casio HR-100TEPlus 2-Color Printing Calculator
HP 49g+ Programmable Graphing Calculator	Casio FX-260 Scientific Calculator
HP 48gII Programmable Graphing Calculator	Casio FX-9750GPlus Graphic Calculator
HP 33S Scientific Calculator	Casio FX-115MS Plus Scientific Calculator
	Casio FX-7400G Plus Graphic Calculator
	Victor 1297 Scientific Calculator
	Victor 900 Basic Calculator
	Victor 1460-3 Scientific Calculator
	Victor 1200-3 Scientific Calculator

Всяка задача ще започва с наблюдение, което ще разясняваме с помощта на формули, а след това ще обясним и тях, както и неща далеч извън от наблюдението.

1. Решаваме синусова теорема за 'трудния' ъгъл с помощта на разлагане. Пак от нея решаваме 'лесния' ъгъл **B** с обратни функции и прилагаме прием.

Ако $F1=F2$, то $f(F1)=f(F2)$, като f в случая е \sin , след което разлагаме и чрез приема $\arcsin \cos x = \sqrt{(1-\sin^2 x)}$ решаваме $\sin B$ и после получаваме формулката:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} A &= \sin B / (a/b - \cos B) & \sin B &= (\cos A / b - \sqrt{(1 - (\sin A / b)^2})) \sin A \\ c &= a \cos A - \sqrt{(b^2 - (\sin A)^2)} \end{aligned}$$

Поставяме едната формулката в другата $B=f(B)$ (субституция) и решаваме **B** с калкулатор. Противно на очакваното се извършва решение, защото тригонометричните функции се изчисляват с грешка (в случая и броят им е много).

Ако $\operatorname{tg} A$ или **A** е минус, за да изпишем тъпия ъгъл използваме приема:

$$\sqrt{x^2 - 1} \quad A = \arccos(\sqrt{(\operatorname{tg} A^2 / (\operatorname{tg} A^2 + 1)) / \operatorname{tg} A} \quad A = \arccos(\sin 2A / 2\sqrt{(\sin A^2)})$$

2. В кутия с вода се поставя кубче с високо **n**. Поради намаленото пречупване **N** страничната страна става прозрачна. За анализ се пуска лъч и се описва промяната в посоката. Ъглите се измерват спрямо стените, а кубчето е с наклон **C**. Понеже стените на кутията са успоредни, то два от изразите са излишни.

$$\cos B = n \sin(i - C) \quad \cos i = \sqrt{(N^2 - \sin(C+r)^2)} \quad \cos r = \cos A / n$$

Направената преработка е излишна. Изразите се поставят един в друг от дясно наляво чрез използване на обратни функции, като точността и изчислителното време са без значение, но общият израз не описва отделните етапи.

3. Когато през кутия с вода гледаме предметите, те са променени поради различните 'ен' в двете стени. При накланяне на кутията имаме призма, а при голям наклон се променя посоката – виждаме зад нас.

$$\cos B = n \sin(C + \arcsin(\sin(A - C)/n))$$

При променяне на посоката ъгъл **B** е тъп, когато се намира се във II квадрант, за III - е отрицателен, за IV - остър отрицателен (вж. т.12).

4. На дъното на наклонена под ъгъл **C** кутия с вода поставяме огледало, като отражението е с разложена светлина. Имаме призма с ъгъл при върха **2C** – или разлагането от аквариум се равнява на наклон на огледалото от 45 градуса. Понеже 'ен' на водата е различно от това при аквариума, се налага да преизчислим:

$$\begin{aligned} \cos B_a &= N \sqrt{(1 - (\cos A / N)^2)} = N \sin(\arccos(\cos A / N)) \\ \cos B_o &= \cos A (\cos 2C - \sin 2C \sqrt{((n / \cos A)^2 - 1)}) \end{aligned}$$

Понеже **A** е равен за двата израза, то приравняваме по **A**, $B_a = B_o = 90$ и решаваме **C** чрез квадратно уравнение или приближено – с калкулатор.

5. Ако имаме предмет на разстояние **d** от очите ни, виждаме го под ъгъл **B** и го залеем с вода с ниво **h**, ще го виждаме под ъгъл **A** на разстояние **L**.

$$\begin{aligned} h / \sin(A - B) \sin r &= -d / \cos(A + r) & \cos r &= \cos A / n \\ x &= 1 / \operatorname{tg} B - h(1 - 1 / \sqrt{(n^2 + (n^2 - 1) / x^2)}) & \operatorname{tg} A &= 1 / x & L &= d \cos B \operatorname{tg} A \end{aligned}$$

Дадени са два израза за решаване на **A**, но и вторият има голямо изчислително време, въпреки икономията от 0.2 s. Това е така, защото дясната част на втория израз, който е от

вида $x=f(x)$, е с ниска стръмност (y' е близко до нула). Стъпката на придвижване t има начална стойност $x-f(x)$, като x е това, което задаваме като начало на всяко изчисление, с изключение на случая, когато имаме само едно x . Всяка следваща стъпка се получава от преходната – изразява се с израза $t=f(t)$, $t_0=x$.

По-нататък под този израз, ще разбираме процес на непрекъснати изчисления, които няма да съществуват при стойност, получена от обикновеното решаване.

6. Измерваме ъгъла A на слънчевите лъчи спрямо вертикалата с помощта на огледало, което наклоняваме на ъгъл B докато лъчите станат успоредни на земята.

$$2B=90+A \quad \cos 2B=-\sin A \quad \cos B=\sqrt{((1-\sin A)/2)} \quad A=B=90$$

Щом при 90° има равенство, то вместо $\sin A$ може да поставим $\cos B$, но тогава имаме $y'=0$ и следователно непрекъснатите изчисления, наречени корелации, ще спрат. По-нагледна представа ще имаме, ако изпишем дясната част върху дисплея и вместо x внесем ANS*, като предварително сме го заредили с x_0 и тактуваме ръчно. Вижда се, че за решаването на уравнението не се изисква програмируем калкулатор, но не всякога е възможно да се напишат всички варианти на $x=f(x)$.

$$x=\arccos\sqrt{((1-\sin x)/2)} \quad x=ANS$$

Решаването на x от дясната част води до разходящи изчисления и следва да се реши с равномерна стъпка или с параметрична графика. Решенията на калкулатора са комбинация от два метода, но поради трудното програмно осигуряване ще избягваме този метод, наречен метод на пропорционалната стъпка.

7. Когато пред нас има огледало и виждаме непосредствено в него наблюдавания предмет, можем да съставим задача за определяне на височината му H . Решението е: приравнени два израза по обща страна y . В този му вид го поставяме за решение, като границите изписани върху дисплея са равни на стойността y .

$$(H+h)/\operatorname{tg}A=(H-h)/\operatorname{tg}B=y \quad F1(H)=F2(H) \quad y=F1(H) \quad H=F3(y) \quad y=F4(y)$$

Според този алгоритъм ръчно преобразуваме дясната част $H=f(y)$ и израза поставяме в лявата, като при разходящ ред може да разменим местата на изразите – решаваме чрез 'анс'. Ако искаме да построим програма, то преобразуването е невъзможно и следва да решаваме с равномерна стъпка.

$$\text{input } h \quad | \quad y=(H+h)/\operatorname{tg}A \quad | \quad h=H-y\operatorname{tg}B \quad | \quad \text{print } y$$

Стъпката при калкулатора е модулът на $F1-F2$ ($m=\sqrt{x^2}$) разделен на коефициент.

На всеки такт се сравняват двете функции – когато те се изравнят по стойност се спират изчисленията, като се дават моментните им стойности в границите.

8. Разлагането на светлината в аквариум е най-голямо, когато червеният цвят остане във вътрешно отражение. Тогава речупването е най-голямо и светлината пада под пределен ъгъл A .

Когато залеем огледало с вода, то промяната в отражението е показател за разлагането.

$$A=\arccos\sqrt{(n2-1)} \quad p=\arccos(ncos(\arccos(\cos B/n)+2C)-(B+2C))$$

9. Имаме кутия с вода наклонена под ъгъл C с огледало на дъното. Към двете ѝ страни закрепваме по едно 'лазер'-че съответно под ъгъл A и ъгъл B . Чрез наклоняване на кутията

се стремим да следем двата лъча. Всеки пореден наклон ще получим, като решим общото уравнение за C в нечист вид, т. е. $C=f(C)$ като C е 'анс' и тактуваме ръчно с калкулатора. Тази постановка е нерешима не поради големия брой тактове, а поради разходимостта. За да докараме сходимостта в лявата част поставяме C_0 и решаваме y , а от дясната част с калкулатора решаваме C като решението поставяме в лявата част, но с това C извършваме наклоняване на кутията, което се равнява на един такт.

$$\cos(90+(C-B))=\sin(A+C)(\cos 2C-\sqrt{((n/\sin(A+C))^2-1)\sin 2C})$$

Махаме едното 'лазер'-че и сливаме с отражението от водната повърхност.

$$\sin(A+C)=n\sin 2C \quad C=\arcsin(\sin(A+C)/n)/2 \quad C=\arcsin(n\sin 2C)-A$$

Последният вариант води до разходящ ред. Корелациите се извършват с търсената величина, като можем да обобщим:

$$F1(x)=F2(x)=y \quad x=F3(y), \text{ но } y=F12(x) \quad x=F4(x)$$

Приликата на калкулатора с корелациите е, че имат обща посока на движение към един от възможните два корена, което може да се види от графичното решение.

10. Ако поставим две огледала едно срещу друго под малък ъгъл и се огледаме, ще видим два образа. Единият отговаря на обикновено оглеждане, чиято постановка вече разгледахме, с тази разлика, че на всяко поредно отражение ще трябва да удвояваме двойния ъгъл. Условието отразеният лъч да се върне по същия път е $kC+A=90$. Ъгълът на k -атото отражение се изчислява лесно, ако последното четно е по-малко от 90 градуса.

$$Bk=\operatorname{artg}(\sqrt{1-(\cos(A+kC))^2}/\cos(A+kC))$$

Отрицателният ъгъл е да различаваме обратното отражение от правото, което ни трябва за анализа на обратното отражение. В предната постановка многократното отражение на върнатия лъч само ще пресича 'лазер'-чето, което отговаря на втория образ, т. е. – в анфас. Подробният анализ е труден, както ще видим по-нататък.

11. С всеки изминат ден a луната дели хоризонта на равни части, но с всеки нов лунен месец b местата са различни. Броим дните n , в които има луна – включително и новолунията. Постановката е часовник с $i=27.32$, като един оборот на голямата стрелка е 1 ден, а един оборот на малката – 1 лунен месец. Броят срещи n на двете стрелки отговаря на броя дни с луна. Чрез дробен калкулатор превръщаме i в дроб.

$$i=a/b=27.32=683/25 \quad ab=ba=c \quad a-b=n \quad c=n^2/((1+i^2)/i-2)$$

Описаното броене е твърде сложно, затова се броят дните между слънчевите затъмнения и броя лунни месеци, което отговаря на синодален лунен месец от 29.53 дни, като този път сами си превръщаме в дроб, по-точно нагаждаме така, че слънчевите затъмнения да са през две години.

$$i=a/b=29.53=1092.61/37 \quad i=1092/37$$

12. По-лесна за наблюдение е орбитата на Венера, понеже е кръгова и я изчисляваме по часовник, докато при луната това не е така. За изчисления на периодични процеси, каквито са и планетарните се използва хармоничният анализ.

Установяването на периода T за функцията може да стане, чрез построяване на две графики в полярна координатна система, едновременно с изпробване с различни числа T до съвпадане на графиките, т. е. докато получим $R1=R2$. Например:

$$R1=\sin x \quad R2=\sin(x+T) \quad T=180$$

*ANS - бутон на калкулатора, от answer - отговор, англ. (бел. ред.)

Ще построим подобен модел, като двата вектора няма да нарастват, а ще се въртят с различни скорости и ще се достигат без да се разминават.

Сравняват се две едновременни натрупвания с $i=C_a/C_b > 1$. С калкулатора и със символите от т.1 на всеки не много голям ъгъл можем да определим положението, но не и за безкрайната периодичност, понеже калкулаторът не изчислява при големи числа.

$B = \arccos(\cos D \sin D / \sqrt{D^2})$ $D = B_0 + C/I$ $D = A_0 + C$ $A_0 = 0$
C=0 | **Label 1** | **C=C+1** | **A=.....** | **B=.....** | **D=AB** **if D<0 goto 1** |
if B<0 goto 2 | **if A<B goto 1** | **Gosub 3** | **Label 2** | **if A<B goto 1** |
Label 3 | **Print C**

Ако едното натрупване приравним с другото и решим с калкулатора, ще решим $i/(i-1)$, $i > 1$ – познат израз от първото сливане на две стрелки на часовник:

$$B + C/i = A + C \quad nC = i(B - A)/(i - 1) \quad A = 0$$

като n е броя на тактовете, съгласно програмата, но и съгласно корелацията:

$$X_n = i(B - X)/(i - 1) \quad B_0 = 1 \quad X_0 = 0 \quad B_n = 1, 2, 3, \dots n$$

която представлява верижни изчисления; n е поредността в изчисленията. В случая сложността им е в това, че и B се променя с всеки пореден етап. Без промяна можем да изчислим и чрез степени, но в такъв случай трябва да напишем коефициенти, за което не е необходима синхронност между две нараствания

$$X_n = B(i - i^2 + i^3 - \dots i^n) \quad X_n = ni - (n - 1)i^2 + \dots i^n$$

13. Когато държим огледало в ръка, то се зацапва; ако го изложим на слънце, там където е зацапано се забелязва интерференция. Лъчът се пречупва от замърсеното стъкло с показател N и излиза от чистото с n . При това ъгълът на падане A не е равен на ъгъла на отражението B . Отражението от стъклото A се пресича с това от огледалото B на разстояние R . Огледалото е дебело h .

$$S = 2htg(\arcsin(\cos A/n)) = R(\cos A - \sin A/tg B) \quad B = \arccos(ncos N)$$

14. Когато наблюдаваме многократните отражения в плоско стъкло забелязваме, че те не са толкова много, колкото са между две огледала. Стъклото е дебело h , дълго L и наблюдаваме отражението на срещуположния ръб на стъклото под ъгъл B на разстояние R от ръба с положение A спрямо страничната стена.

$$d/\sin(A - B) = R/\sin B \quad d = (k2htg i - L)/tg B \quad i = \arccos(\cos B/n) \quad N = 2k - 1 \quad k = 1, 2, \dots$$

Броят на отраженията N е ограничен, защото не могат да се наблюдават; така е поради вътрешното отражение откъм тясната страна. От плоската страна се отразяват само лъчи, които са във вътрешно отражение. При $n < \sqrt{2}$ нещата са обратни.

15. Може да забележим, че тънкостенни цветни предмети светят откроя си. Лъчите от флуоросценцията, които не могат да излязат от плоската страна след отражение, излизат от страничната стена.

Тези обяснения са нужни, за да решим неравенството $\arcsin(1/n) < i < \arccos(1/n)$ не чрез програма, а с функция.

$$f = (\sqrt{a^2/a + 1})b \quad a = i - \arcsin(1/n) \quad b = i - \arccos(1/n)$$

Ако $f > 0$ – има наблюдение, ако $f < 0$ – няма, но съществуват вътрешни отражения и ако $f = 0$ няма такива, независимо, че могат да се наблюдават. Наблюдение от горната повърхност имаме, ако потопим огледало във вода.

Подобно на предните две наблюдения, може да решим $B = f(k)$.

$$k2htg Ck = R(\cos A - \sin A/tg \arccos(\sin Ck/n)) \quad Ck = \arcsin(\cos B/n) \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

16. Най-често наблюдаваме еднократното отражение. При неупоредени стени на огледалото те са две. Ако се намираме на разстояние R и под ъгъл A от мястото на отражение от горната повърхност, то поради неупореденост C отражението B ще е изместено на разстояние L .

$$R/\sin(180 - B) = L/\sin(B - A) \quad \cos B = \cos A(\cos 2C - \sin 2C \sqrt{((n/\cos A)^2 - 1)})$$

Ако L намалее и стане равно на стъпката S , то лъчът се разцепва съгласно т.13. Стъпката се изчислява при зададена дебелина H , където влиза лъча.

$$S1 = 2H1 \cos C (\cos C - tg R1 \sin C) / (tg R1 \cos 2C + \sin 2C) \quad \cos R1 = \cos A/n$$

За да изчислим следващите стъпки може да използваме корелацията

$$H2 = H1 - S1tg C \quad R2 = R1 + C$$

Вместо две натрупвания можем да минем и с едно, ако използваме обратни функции.

Обикновено не се прави запис според фигурата така, че чрез него да я разчетем. При решаване с калкулатор се решава съкратения запис, който не отговаря на фигурата. По-добре е да се използват формули, в които T се отчита със знак.

17. Вземаме огледало и го поставяме на земята, като след това вземаме такова положение RA , че отражението да е в края му, след което го наклоняваме докато то дойде по средата L . Слагаме върху огледалото холографски знак и го наклоняваме още $C2$ докато видим по средата някои от цветовете му.

$$\sin 2C1/\sin(A + C1) = \sin((B + C2 - A)/L/R)$$

$$tg B = \sin(A - C2)/(\cos(A - C2) - \sin 2C1/\sin(A + C1))$$

Ъгълът на отражение B е по-малък от ъгъла на падане на светлината.

Холографският знак представлява наклонени чертички; можем да определим наклона им, като пуснем лъч така, че той да се върне. Връщат се два лъча в две посоки, които са в една равнина с очакваното връщане, но завъртяна според наклона им.

18. Вземаме топче и сравняваме осветеността му с тая на луната. Въпреки подобие, луната не се изчислява така, както ще изчислим топчето с радиус r .

Ние се намираме на разстояние R и под ъгъл A зад него. Наблюдаваме част от полусфера, която заема някакъв ъгъл, но отчитаме допълващия го до 90° ъгъл B . Тази част пък склучва ъгъл x в очите ни – апритурен ъгъл.

$$2(r \sin(B/2))^2 = R^2 - r^2 \cos A - \cos x \sqrt{(R^2 - r^2)(r^2 + R^2 - 2rR \cos A)}$$

Може да се напише и зависимост без A , но тогава фигурките не се навързват.

Да изразим в един триъгълник страната му чрез четири елемента, след това приравняваме ъглите и получаваме не само равнобедрен, но и равноностран триъгълник.

$$c = f(Cb) = f(CbA) \quad C = A \quad a = b \quad C = 90 - (\arcsin(\sin C(\cos C + \sqrt{(a/b)^2 - \sin C^2}))) / 2$$

Нека $a/b = 0.93$. Тогава C се решава много бавно; $y' = 0$, но точно тогава, когато трябва да определим, кога решенията са неточни – при голяма разлика в числата.

В предложената методика стъпката е разлика между двете функции, разделена на неуточнен коефициент, така че корелациите да спрат след корена. Ще направим така, че те да не спрат точно на корена, като решим обратна тригонометрична функция.

$$(F1 - F2)/k = x = t \quad (f(x) - x)/k = x \quad \cos x = N \quad x = x \cos x / N = ((\cos x + x) - x)/(N/x) = (f(x) - x)/k$$

Функцията вече е $\cos x + x$, т. е. малко и голямо, и k е нещо близко до N/x , например $1.1x$. На всеки такт се прави проверка $\cos x = N$, както при равномерна стъпка.

Съществува и друг вариант на пропорционална стъпка – вариант на последователните приближения. Споменатата разлика се сумира с предишни стойности, като всичко се описва с корелацията $N - f(x) + x = x$. Графическото решение се строи на така разчетена графика, щото правата $y = x$ да е под 45° – в противен случай се получават грешки, което ще покажем този път чрез изчисления със синус: $N = \sin x$.

3.14X₀/180=ANS

изписваме $N - \sin ANS + ANS$ превключваме от градуси на радиани (rad) и тактуваме чрез 'равнис'. Без превръщания спирането няма да е точно.

Не може да се определи програмата в калкулатора, но възможен вариант е чрез корелации с подбор, коя да бъде права и обратна функция за сходимост и решаване на обратната с последователни приближения.

19. Когато сме на море и има вълни, понякога може да забележим, че слънчевата пътека не води към слънцето. Вълните се явяват, като наклонено огледало, като ще трябва да намерим посоката им. Този път обаче за модел използваме компактдиск. Слънчевата пътека следва цветната, с което обяснението е завършено, но за по-голяма яснота ще решим отражението от цилиндър с радиус h . Източникът е на разстояние R , ние – на r от центъра му, като двата вектора сключват ъгъл B помежду си. Местото на отражение оформя нов вектор, който сключва ъгъл x с нашия вектор, а ъгъл на отражение е A .

$$\operatorname{tg} x = (R \sin A - r \sin(A - B)) / (r \cos(A - B) + R \cos A) \quad \operatorname{tg} A = \sin x / (\cos x - h/R) \quad x = f(h)$$

Най-трудно е обяснението с голяма и малка луна, понеже не може да се съпостави математически модел, но да опитаме. Когато на една лупа постепенно увеличаваме осветеността, фокусът ѝ става точка, но такава става, ако сумираме слабата осветеност с някоя друга слаба осветеност, като се има предвид луната и осветения от нея небосвод, поради което звездите не се виждат. При изгрев слънце небосводът свети слабо, осветеността от слънцето е също слаба, поради наклона на лъчите, но сумата им е равна на минимума за точка.

20. Вземаме плосък предмет с дебелина d и го поставяме пред огледало на разстояние h от ръба, около който въртим предмета. Предметът сключва с огледалото ъгъл C . Когато осветим огледалото под ъгъл A предметът ще бъде осветен от огледалото, но само част от него с ширина L , която почти не се променя.

$$L = h(2 \cos A - \sin A(1/\operatorname{tg} A + 1/\operatorname{tg} C) + \sin(A + C)(1/\sin C + d/\operatorname{htg}(A + C)))$$

Нека мястото на отражение да бъде под ръба на предмета.

$$\cos A = d \sin(A + C - 90) / h = L \sin(A - C) / h \quad \operatorname{tg} A = (h/L \cos C + \operatorname{tg} C) / A/A$$

Решаваме A с калкулатор независимо, че е решен, за да определим, кога функцията $\cos A / \sin(A - C)$ добива стойност L/h , но за големи ъгли, които решаваме с калкулатора. Обикновено решаваме чрез обратни функции за по-лесно чрез $F(x) = F(f(x))$.

$$A = \arccos(L \sin(A + C) / h) + T$$

Обаче се отказваме от прийома поради сложността му и за по-лесно решаваме с калкулатор или 'анс'. Понеже A расте, а дясната част е периодична функция, то за да настъпи решение при големи стойности трябва да прибавим периода T , когато A добие някаква стойност. Изчислението на T е по-лесно с калкулатор, отколкото с 'анс', но трудно се обяснява.

Най-напред решаваме обикновения ъгъл A_0 от израза, но без T ; второто решение е с T , но в скобите.

$$AT/T = \arccos(L \sin(A_0 + T + C) / h)$$

Решенията, които получаваме при решаване на неизвестното x са $x = T + A_0$, но намирането на T по тази зависимост е трудоемко, понеже периодите са повече от един. Същност истинската периодичност се състои в повторение на стойността на добавките, които неправилно наричаме период.

21. Поставяме върху огледалото друго огледало с дължина L под наклон C , което връща светлината. Трябва да изразим неосветената повърхност b на долното огледало с дебелина h и да решим ъгъла чрез корелации.

$$b = L / \sin A - 2h / \operatorname{tg} \arccos(\cos A / n) \quad A + C = 90 \quad C = (b + 2h) / \sqrt{(n^2 - 1)} / L \quad C = 1 / \cos A$$

Очевидно е, че функцията трябва да бъде редуцираща, но при много голямо намаление решението на новия такт може да се окаже в друг период.

22. Ако искаме да получим бял цвят чрез призма, то за да определим ъглите на насочване на трите цвята ще постъпим обратното – като разложим светлината. Най-удобно е измерването на ъглите да става от една база, като тъпите ъгли ще съответстват на обратното движение, т. е. представено чрез корелации ще се редуват остри с тъпи ъгли.

Такъв процес настъпва при прередуцираща функция, като края на корелациите е описания процес, но обикновено с равни стойности, които се изписват, като лява и дясна граница.

$$\cos A = -(\operatorname{ncos}(\arccos(\sqrt{(\cos B^2) / n}) + 2CD) / D) \quad D = \cos B \sqrt{\cos B^2 + 2}$$

Най-добрият начин да проверим предположението за скобите е програмирането:

$$F = \dots (a + (b + (c + d))) \dots \quad D = c + d \quad | \quad B = b + D \quad | \quad A = a + B \quad | \quad \text{Print } A$$

Към така написаната програма трябва да се направи устройство, за да не може да се задейства, ако не е направено внасяне на c и d . Съответно няма да се пристъпи към изчисляване на B , ако не се внесе D – неща, които са без значения за нас в случая.

23. Поставяме n гумени блокчета едно над друго, като изразяваме свиването L чрез показателна функция, а не чрез сумата на естествените числа S_n .

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = a^n / P \quad \operatorname{LOG}_a(PS_n) = n \quad \operatorname{LOG}_b S_n = n \quad b = a / P^{1/n}$$

Показани са три от възможните начини за решение на n , като за решение се взема онова n , което е най-близко до цяло число. Очевидно е, че решение чрез корелации не може да се извърши без специална програма за закръгляване на числата. За нас най-удачен е последният вариант, тъй като калкулаторът има функция \log – с основа e и с основа 10 . Например при тегло на блокчето P единица най-удачно е да се избере \ln . Коя от двете основи ще изберем зависи от това до кое число е по-близко a . Това става чрез неравенства, но може да стане и чрез измерване на време за достигане на решение чрез корелации.

$$a^x = e^x \quad \ln a^x = x \quad a^x = 10^x \quad x = \lg a^x$$

Сумата S_n най-лесно се изчислява, като използваме 'анс'-а за памет, но ще трябва на всеки такт да пишем върху дисплея $\operatorname{ans} + 1, 2, 3, \dots, n$. Това може да стане и чрез степенен ред, но най-добре е чрез програма. S_n се получава чрез две натрупвания $x = x + k$, като k на първото е 1 , а на второто е $k = x$; последното е $n = x + n$

$$1 + a \quad \text{sto } a \quad + b \quad \text{sto } b$$

24. Котките виждат нощем ръба на стъкло 4 пъти по-добре от нас хората, докато те не виждат центъра на стъклото дори и денем. За да си обясним защо това е така, ще решим оптичната система на светодиода. Той представлява полусфера с радиус **R**, като източникът на светлина е в сферата на разстояние **f**, **f>R**. Поради намаленото пречупване на светлината в краищата, то се задава с **A**, а фокусът **L** е различен. Зрение, изградено с такава лупа е възможно при обемно разположени рецептори и рѐбести предмети, както е при котките. Всъщност тяхната лупа е съвършена, но предметът трябва да бъде самотен и пространствено отдалечен от плоскостта на лежане.

$$L = \frac{f \cdot R}{1 - \frac{f}{R} \cdot \frac{1}{\sin A}} \quad \text{tg}(\arcsin(\frac{f \cdot \sin A}{R})) \quad \text{tg}(\arcsin(\frac{f \cdot \sin A}{R}) - A) \quad \text{arsin}(\frac{f \cdot \sin A}{R}) \quad e = f - R$$

Ако пред очите си насочим разфокусиран лъч от 'лазер'-че към очите на котка, те започват да светят по същата причина, поради която свети светодиодът без да е включен. По-трудно се обяснява кръглото светене, т. е. светенето на самата леща. Тук са възможни три обяснения, поради многократни вътрешни отражения – или ополосценция на кристалина и такава, но на прехода леща-кристалин, т. е. предното обяснение.

25. Когато гледаме предмет под водата, той изглежда по-малък. Потапяме във водата огледало под ъгъл **C** и с него разглеждаме дъното, като мястото на отражение и на предмета са съответно **h**, **L** спрямо долния ръб на огледалото. Поради изоставане в пречупването, крайните предмети са по-нагъсто – **A=F(L)**.

$$L \cdot \sin(C-B) = h / \sin(180-2C+B) = h / \sin(B-2C) \quad \cos B = \cos A / n$$

Решенията за **B** са две и за да не се допускат грешки, използването на синусовата теорема е нежелателно, а също и решения извън първия период.

26. Когато понякога наблюдаваме пълнолуние, забелязваме, че луната 'се движи срещу нас'. При пълнолуние това съответства на наклона на слънчевите лъчи по обяд, равен на нашата географска ширина **Гш**. За да не се бъркат висока и ниска луна – измерват се с ъгъл **A1**. Ще разглеждаме луната като огледало: **A1=B-A+B**, **B=Гш**. По същия начин изглеждат нещата, когато слънцето 'се движи срещу нас и минава над главата ни'. Тогава частъ е:

$$t = 24 \cdot \arcsin(\sin(90-A)/2) / 3.14$$

но за екватора или при равноденствие, като обратната функция е в радиани.

Най-осветената част от кълбото се нарича полюс, а най-отдалечената точка от оста на въртене – еклиптика или екватор. Годишно слънчевият полюс обикаля кълбото под орбита от 23.5°, а тази на луната – от 5°, но от противоположната страна на еклиптиката. Двете орбити се пресичат близо до екватора – точката на равноденствие, като отстоят при противостоенето на 28.5°.

27. Пред телевизора можем да видим молец и да наблюдаваме движенията на крилцата му. Понеже са големи, те се задържат дълго в крайно положение и тогава се стробират от правия ход на кадрите, който е 20 пъти по-дълъг от обратния.

Задачата може да се сведе до шивашки метър разграфен на **c** части (мм), като провеждаме още едно разграфяване на **b** части състоящи се от **d** мм. След това скътаваме шивашкия метър, при което се образува ново деление от **a** части – скътавки, състоящи се от **k** мм, при което се изпълняват условията:

$$ak = bd = c \quad i = k/d = b/a \quad b(k-d) = k \quad ak/d = i/(i-1) \quad i > 1$$

При догонване на двете стрелки на часовник се налага да изчислим сумата $1/i + 1/i^2 + 1/i^3 + \dots$ $a(1+X) = X$ $X_0 = a^2 + a$ $a = 1/i$ $X = ANS$ $X_0 = ANS_0$, като ще трябва да го зациклим по-дълго, независимо, че редът е бързо сходящ.

Сега ще решим реда отъясно наляво, като използваме изводите от т.22.

$$(1+X_0)/i = X \quad 1/i = k \quad k+kX = X \quad X = k/(1-k) \quad k = 1/i < 1$$

$$S = 1 + 1/i + 1/i^2 + \dots = 1 + 1/(i-1) = i/(i-1) = ak/d$$

По-добре е задачата да се реши чрез basic-модул на калкулатора. На ред от 16 нули поставяме 1 на 15, а след това броим зигзагообразно за следващите единици.

Ако искаме да видим общия изглед, ще трябва да извършим логическата операция or, или да превърнем бин-кода в десетичен, да съберем числата, да превърнем отново в двоичен код, а оттам – чрез таблица да изпишем бин-кода.

Разделяме бин-кода на части от по 4 или по 3 позиции – разрядност **p** и чрез таблица съпоставяме число, което трябва да превърнем в десетично – съответства на преброени импулси от декадата. Адресирането чрез броячи е по-изгодно отколкото с шифратори, поради което калкулаторите имат такава функция, но ще покажем, как това е без калкулатор.. Имаме степенен ред от корелацията $2^p(1+x) = x$, но с коефициенти, като се започне от най-младшия разряд **n** на броящите декади. С калкулатора е най-лесно чрез изписване на всеки ред, съгласно т.23, 27.

$$(2^p n) K_n + x = x \quad x K_n + k (stok) 2^p / K_n = x \quad (K_n x + k M + -k) 2^p / K_n = x$$

Последният вариант е неудачен, тъй като калкулаторите с натрупваща памет нямат 'анс', освен някои от тях, но под формата на функция. С програмиране на калкулатора нещата са по-лесни, но той не може да помогне, ако не е от висока класа при обратния процес – превръщане на десетично число в двоично.

Числото **ч** делим на $2^i p_i$, като **i** е възможно най-голямо така, щото получената цяла част **з** е най-старшия разряд. Повтаряме процедурата, но вече $i_n = i_c - 1$

$$ч - (ч / 2^i p_i) (2^i p_i) = ч - з (2^i p_i) = ч, \text{ но } i = i - 1$$

Съществува и по-лесна процедура, но е нужен дробен калкулатор – с функции по превръщане на десетично число в дробно: смесена дроб с цяла част **a** и дробна **b/c** (**b<c**) се равнява на неправилната дроб $(ac+b)/c$, $(ac+b) > c$. Прилагаме следните действия: делим числото, след което го превръщаме в правилна дроб, като цялата част е най-старшият разряд. Целта е знаменателят на тази дроб да бъде равен на това число **c**, с което делихме на числото $2^i p_i$, което постигаме чрез умножение с 2, като умножаваме и числителя. Като резултат получаваме ново число **r=b**, след което повтаряме процедурата, но с $i = i - 1$.

28. Обикновено под интерференция разбираме Нютоновите пръстени (от физиката). Гасенето не се среща в природата, освен върху късче напукан топящ се лед при силно осветление. Наблюдаването само на синия цвят предполага и ултравиолетов, който се вижда като черен, но това не е гасене; предполагаме пласт вода и още толкова лед. Лъчът се разцепва на прехода вода-лед и след симетрично отражение се събира пак там. Това е невъзможно, поради това, че преходът почти не отразява и ако е така, то наблюдението би било друго, придружено със слънце.

$$Hb/Hn = \text{tg} A / \text{tg} B \quad \cos B = \cos A / n$$

29. Виждали сме американско войнишко гробище от войната (в американските филми за войната). Прави впечатление, че освен нормалната проходимост между гробовете има още една – по диагонал под ъгъл **A**. Гробището е дълго **L** и има **n** гроба (по дължина) и е широко **H** с **k** гроба (по ширина).

Изчисляването на такава гробище при зададен брой гробове **N** и ъгъл **A** е трудно.

$$nH/(L(k-1))=tgA \quad kn=N$$

Трябва да се снабдим с таблица за разлагане на числата на множители. За решение на такива задачи няма алгоритъм и всичко зависи от уменията на изчислителя; задачата може да се окаже и нерешима. Такъв тип задачи са предмет на линейното програмиране. Ще покажем как е решен проблема с алгоритмите с помощта на графичен калкулатор на Шарп в автоматичен режим.

Точките по **y** са 62, като най-удачното деление е на 8, защото остатъкът е 6 и трябва да е цяло число, понеже точката е неделима.

$$62/8=7+0.75=7(8)+6 \quad y=F(X_{max})=kF \quad 62/k=7x+6/k \quad x=0.129F$$

X е стойността на едно деление, като те са 7. След последното деление броим точките и при крайната стойност на функцията те са 6, като общият вид е следният:

$$F=7(0.129F)+6X/8 \quad F=f(F)$$

Това е възможно най-голямата грешка при решаване с корелации, по причина на калкулатора, както бе в т.1. Поради липса на сходимост или разходимост калкулаторът не изчислява, но поради грешки се провеждат изчисления донякъде, обаче това не е решението.

Процесът на намиране на подходящо число **r** за делене на 62-те точки може да се представи чрез корелацията по подобие на т.27.

$$b=ad+0 \quad b=62 \quad a=7 \quad d=80=6$$

$$b = \left| \frac{b}{d} \right| d + 0 \quad \left| \frac{b}{d} \right| = 7$$

$$(b-0)/|b/d|=d$$

$$C=62/d \quad \text{Print } C \quad \text{Input } C \quad d=(62-0)/C \quad \text{Print } d \quad \text{End}$$

На всеки такт трябва да правим закръгление. Трябва да варираме с **0**, поради което имаме и вариационни изчисления. Нека да ги покажем чрез класическото решение на задачата. От **b=ad+0** решаваме **d** и от **d_i=1, 2, 3, ...48** чрез квадратно квадратно уравнение и съждения получаваме удобен израз като в границите е остатъкът. Варираме с **C** докато **X** стане цяло число, разложимо на множители.

$$\frac{C_i}{X} = X \left(b - \sqrt{b^2 - 4C_i} \right) / 2X \quad C=ad_0=336$$

$$X=ad=56 = 7.8$$

Има и по-лесен вариант, като за целта от системата елиминираме **d**.

$$b=ad+0 \quad a+0/d=a_i$$

Пак чрез съждение получаваме какво да е цяло число **a_i**. Умножаваме по константа

$$ANS.ANS = \quad ANS=1\pm 0/(b-0) \quad a_i=$$

Ако е кратно число до 3 знак го разлагаме на правилна дроб. Чрез умножение на ум докарваме числителя да стане равен на остатъка **0**, а съответно от числителя получаваме

d, т. е. решихме задачата чрез обикновен калкулатор.

$$a_i(1+0/(b-0))=a \quad 0, k/d, k = a(0/d)$$

$$a_i=1, 2, \dots, 7 \quad d=0d_i/0_i$$

Преходът от прави към обратни функции и обратното не предизвиква грешки. Това не винаги е така, като изключим стари модели калкулатори.

Да решим 'корен от две' с корелации:

$$X=\sqrt{2} \quad X=X^2/\sqrt{2}=X^2/(0+2^{0.5})$$

Тази задача и tgartgN, N>1 са грешки, забелязани в калкулатора на фирмата SHARP модел 510 и 9300. Изчислителните функции са в по-неравностойно положение от останалите и грешките, които дават са обект на изследване, в смисъл проникване в програмата, защото и за програмиста всевъзможни неща няма.

Възможно е и по-бързо решение, ако бързо налучкаме подходящия вариант. Търсим около броя точки подходящо число, което да се разлага на множители така, че един от тях да изпълнява условието. Всъщност задачата се състои в решаване на **n** и се нарича регрупиране без да се бутат резервите.

Да съпоставим отсечката от 8 точки с тази от 62. Делим произведението на цели числа и разглеждаме множителите, така че да се изпълни условието от т.27.

$$8(62)=C \quad 31(8)=62(4)=C/2=T \quad C=2T$$

В т.11 приложихме формули при условие, че не можем да проведем разлагането, но те вадат и с разлагане, но обхващат няколко периода.

30. Когато наблюдаваме слънцето през клони, то не изглежда кръгло, а сякаш се разтяга от пръчиците. Това е така, защото светлината заобикаля малки препятствия, разположени надалеч. Условието да сме в геометричния център на сянката не е задължително, допуска се отклонение. Това наблюдение е нужно, за да си обясним защо между две решетки се вижда и трета, но по-рядка и дебела. Една дебелина съответства на геометричния център и допуска отляво и отдясно съгласно обяснението. От изчислително естество задачата е повторение на т.22, но ще разясним т.11, където синодалният лунен цикъл е с различна продължителност и изчислихме един от 37 лунни месеца. Един такъв месец се състои средно от 29.53 дни.

В калкулатора има един скрит бутон, чието предназначение е правилното визиране на тактовете на различни подпрограми. Обединяването на два калкулатора в едно устройство е невъзможно по причина, че трябва да се въведе допълнителен канал за пренос, освен този за данни. Данните **c**, **d** или само **d** делят тактовата честота на **d**, чийто период се измерва. За целта са показани два брояча.

$$\text{Label1} \quad | \quad a=a+c \quad | \quad \text{if } a<b \text{ Goto 1} \quad | \quad \text{if } a=b \text{ Goto 2} \quad | \quad b=b+d$$

$$\text{if } a<b \text{ Goto 1} \quad | \quad \text{Label 2} \quad | \quad c=c+1 \quad | \quad \text{Label 1}$$

$$\text{Label 1} \quad | \quad a=a+c \quad | \quad \text{if } a<d \text{ Goto1} \quad | \quad a=0 \quad | \quad c=c+1 \quad | \quad \text{Label 1}$$

Заменяме условието за равенство с приблизително равно чрез 2 допуска.

$$\dots a<l \dots \quad a<d \quad | \quad \text{End}$$

Ако построим такъв брояч, то коефициентът на делене ще бъде периодична величина, както е при синодалния лунен месец.

Намирането на две решетки за наблюдение е трудно, затова ще си послужим с една,

като втората е или сянката, или чрез огледално отражение на обратната страна на решетката; най-ефектно е съчетанието и на двете. Оставаме с впечатление, че огледалото увеличава, като ще изчислим това увеличение **Q**.

Да допуснем, че прелятствието не е една пръчица, а група от **c** пръчици, които се групират в **ac=n**, където **n** е общият брой пръчици. За да получим **a** определяме броя на черните пръчици и го умножаваме по 2. По-нататък решаваме геометрична задача: делението на две успоредни прави от сноп неуспоредни, които образуват конус с ъгъл при върха **2A**, а отстоянието от двете прави е съответно **h** и **H** ...

$$2htgA=ac \quad Hac/h=bd \quad h=f(ac) \quad 2f(ac)tgA=ac \quad bd=.....$$

Показан е начинът за деление на долната отсечка без пресечни, като са интересни съжденията по преобразованието, но в случая **b=a**. Отношението **d/a** представлява уголемяването, но като се има предвид, че горната отсечка се състои от **c** пръчици, то увеличението е:

$$Q=dc/a=c2HtgA/n \quad H=h+2L$$

L е разстоянието от решетката до огледалото.

Трябва да се знае, че разстоянията се променят стъполовидно в зависимост от начина на делене на отсечка и групирането на деленията.

При гледане през телевизор на споменатото наблюдение се забелязва и движение, което се дължи на системата за съвместимост между черната и цветна телевизия.

Когато след аритметично действие трябва да закръглим резултата и го запишем в 'анс' това става чрез запис в някоя памет, като едновременно се записва и в 'анс'.

$$|f(x)|=x \quad |f(x)| \text{ sto M}$$

Ако **x=f(x k)**, **x=0** независимо от внесената начална стойност, то **f(k)=1** откъдето решаваме **k**, което е по-издържано отколкото със система. Но **F(x)=f(x)** не трябва да се решава, защото се получава грешка по причина на калкулатора. Когато умножаваме двете страни на израз с **x**, но не на степен, то е, за да зависи решението от началното внасяне, т. е. да решава чрез стъпка, а не чрез логика. За да схванем принципа на работа на калкулатора, прилагаме уловки, като тая за умножаване със степен или тая от т.22, т. е. калкулаторът не решава чрез корелации.

Приложеният модел не отговаря на действителността. Наблюдаваната равноотдалеченост на черните ивици означава равенство на ъглите, но не и на отсечки. Светлата част е условието, когато групировката от пръчици не прави сянка на никоя пръчица от втория ред. Ако проекцията е ортогонална, то задачата се свежда до линейното програмиране, но тя не е.

Когато наблюдаваме дъга, най-близките капки до нас се явяват като параван на някоя зад тях. Общият ефект на препокриване се изразява в групировка на една широка дъга, като групировките са две или една, но не повече – поради недостиг на пространство.

В нашия опростен модел допуснахме уравновесяване чрез разстояния. Методът на корелациите се нарича още и метод на последователните уравновесявания, в което ще се убедим, ако оставим делението на отсечката да се обира от ъгъла. Двете деления на отсечка са свързани със зависимостта **bd=Hac/h**. От **2htgA=ac** намираме **ac** начално и решаваме **bd**, закръгляваме го и чрез него решаваме **ac**, като пак закръгляваме и по същия начин продължаваме до достигане на нужния резултат при зададено закръгление. Ако след уравновесяването ъгълът бяга доста от началното внасяне, променяме отсечките.

Всъщност показахме алгоритъм за превръщане на нецелите числа в неправилна дроб. Това може да се изпълни и на калкулатор, но е възможно и да се сгреша.

$$\text{ack sto M} \quad | \quad \text{ans/k sto M} \quad | \quad \text{ansk sto M} \quad | \quad \dots \quad \text{k=H/h}$$

$$\text{B=H\A/h} \quad | \quad \text{Print B} \quad | \quad \text{input B} \quad | \quad \text{A=hB/H} \quad | \quad \text{Print A} \quad | \quad \text{input A}$$

31. Когато проследяваме пътя на лъч, който се отразява между две огледала предполагаме, че той пада перпендикулярно на пресечницата на двете огледала. При неспазване на условието, траекторията на отраженията представлява някаква крива, но лъчът пак се връща. Това е необходимо да се знае, ако трябва да се анализират отраженията в калейдескопа. Най-простият калейдескоп представлява две успоредни огледала, като източникът и наблюдателят са от двата края и по средата. Решават се две отражения еднократно и двукратно, като другите две са симетрични. При тристенния калейдескоп огледалата са под ъгъл от 60° и можем да решим само еднократни отражения, например на ръбовете. Трябва да знаем дължината на огледалата **L** и ширината **a**:

$$H=a\sqrt{3}/2 \quad h=a/2\sqrt{3}$$

Опитът да решаваме сложни отражения чрез лъч води до конусни сечения, поради което самите те се решават по-лесно с огледални отражения. Ще решим най-простото, когато завъртим огледалото на ъгъл **C** спрямо височината **h**. Получаваме нови височини и нова дължина на огледалото **L1**.

$$h1=hsinC \quad L1=L+hcscC-HcosA \quad tgA=sinB/(L/(\sqrt{L^2+h^2}-cosB))$$

$$B=90-C+artg(H/L)$$

$$H1=L/(1/tgA+1/tgB)$$

Обикновено с точните формулки се съставят и приближени, като трябва да се намерят точките на спрягане. Това става като приравним два израза и ги поставим в калкулатора за решаване. В случая това се прави с друга цел, а именно: трябва ли да се извършват съкращения. В предната точка видяхме, че умноженията на две страни води до грешки и не трябва да се прави.

$$H1=LtgB(1-3.14BcosA/180)$$

По-уместно е да не се съкращава, тъй като границите ни показват и стойността на спрягането и понеже формулките са две, то е очевидно, че двете граници са стойностите получени от две различни формули. Без точен израз това си остава само предположение, поради което се налага да дешифрираме програмата на калкулатора. Под 2 стойности разбираме, когато те се появяват през такт, както е изразът от т.22, като ще го напишем съкратен. Решаваме чрез корелации, но калкулаторът не решава така, както разгледахме в т.18. В т.29 изчислихме коефициент, който се оказа неуточненият коефициент, за който споменахме вече на много места.

$$x=arcos(-cosx)$$

$$\text{Input x} \quad | \quad \text{a=arcos(-cosx)} \quad | \quad \text{b=0.129(a-x)} \quad | \quad \text{x=b+x} \quad | \quad \text{Print x}$$

$$\text{x=0.129arcos(-cosx)+0.871x} \quad \text{x=ans}$$

За простота приехме едната функция да е **y=x**, но тя може да бъде и по-сложна, тогава **b** от програмата е **b=0.129(a-f(x))**, като пак всичко можем да напишем в един ред и да тактуваме с обикновен калкулатор, като предварително сме заредили 'анс'-а с началната стойност, която трябва да бъде близко до корена.

32. Понякога от множеството котки, които се въртят пред телевизора една заедно дистанционното – нещо, което не можем да обясним. Ако искаме да не е така, то в стаята ни трябва да липсва спектъра след червената светлина.

Ще използваме повода да решим 3 задачи като допълнение на предишни. Може да получим светлинен импулс освен чрез преграждане на светлината, а и чрез промяна на ъгъла на падане и отражение на огледало, пред което е поставена решетка (вж. задачата от т.20). Ъгълът на проводимост на светлината с 50% загуби е:

$$A_k = \arctg(h/kl), k=1,2,3 \dots$$

като l е ширината на решетката, а h - отстоянието от огледалото.

С тази постановка ще решим зад.30, а именно източникът не е слънцето, а точков източник на височина H . Условието се задава с общ израз, който решаваме за H :

$$tg A_k = H/2l(k+1) = h/kl \quad H_k = 2h(k+1)/k \quad k=1,2,3, \dots$$

Изразът означава, че при k -тата решетка обект на височина H се забелязва без прикритие. Нещата са точно така, като ония картички с твърди и грапави корици, при които обектът се движи в зависимост от ъгъла на наблюдение. Ако на мястото на източника поставим своето око, е очевидно, че дефракция и увеличение на размера няма да има при изпълнение на условието. Оптичната видимост не се прекрива с геометричната, която е причина за увеличение на размерите, както е и при Слънцето и Луната. При огледално отражение на обикновена неполяризирана светлина също има увеличение на размерите – когато се оглеждаме в огледало и се отдалечаваме, образът ни расте.

За да направим някои изчисления относно дистанционното, ще трябва да измерим периода на излъчване – нещо, което не можем. Това е така, защото пълнежът на импулса е с отскоци, без да можем да определим дали са неизбежно или нарочно поставени, както и дали дистанционното се задейства от постояннотокови импулси. Като осцилоскоп използваме телевизор, като при нулево биене $f_{во}/f_d = 1$ се вижда kz на дистанционното. Понеже честотата на ВО на телевизора е по-висока от дистанционното, то постигаме биене при някои от хармониците $f_{во}/f_d = 2, 3, 4, \dots$, при което забелязваме само пълнежа.

За да разчетем осцилограмата използваме милиметрова хартия с дължина $2C$. Разчертаваме 2 решетки с различна ширина: l и L .

$$C = ab = bl \quad a, b = 1, 2, 3, \dots \quad C = a^2 L / kl \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Извършваме ново прегрупиране, защото всяка решетка ще означава импулс. Увеличаваме ширината на едната решетка L , до степен когато тя почти не пропуска светлина.

$$(2l)a = L(2b) = 2C$$

Това е така, защото

$$2l = 1/f_d \quad L = 1/f_{во}$$

Въпросът с общите множители на дадено число можем да решим като числото е в знаменателя, а числителят варира, при което калкулаторът извършва съкращения k в тази дроб: $r = k.3$

Най-лесно се получават светлинни импулси, ако движим решетка пред телевизора. По подобие ще решим стробирането на сплиците на колите, което се получава при наблюдение през гора. Сплиците на колелото са n , а диаметърът е d , гората е решетка с ширина l . Намираме се зад някое дърво на разстояние h и то прикрива част от движението на колите, които са на разстояние H .

$$H/hd\pi = k(a/n) \quad k, a = 1, 2, 3, \dots$$

Открива се не последно видяната спица, а някоя друга. Ако колите вървят на равни разстояния L една след друга, то на следващата кола ще видим 2 спици едновременно, като верижните изчисления ще представим чрез корелация:

$$k(x/n) = jL|1/d\pi - k(x/n)| \quad x_0 = Ln/kd\pi \quad k, j = 1, 2, 3, \dots \quad j = j+1$$

$$k(h/n) = ANS$$

ANS-а се зарежда с x_0 , но под формата на дроб. Другите числа трябва да се изписват, също като дроб, което става чрез умножение с константа, като най-лесната се състои от цели десетици. С увеличаване на броя на корелациите j се увеличава и броя видени спици, което представлява широчинно увеличаващ се импулс и един от тях трябва да задейства дистанционното.

Ако фотодиодът е поставен зад решетка, то е възможно да се задейства дистанционното с движение на решетка пред него, но това не се отнася за дистанционно с висока шумоустойчивост. Причината трябва да се търси в електростатичното поле около котката, което зарежда някой кондензатор и предизвиква искров пробив. Осцилограмата на един такъв пробив е много подобна на пълнежа на импулса. Ако разгледаме осцилограмите на различни дистанционни, а и конструкцията на фотоприемника, ще видим мерките, които са взети против статичното електричество.

Повечето наблюдения са измислени, затова и се обясняват с лекота.

Когато пуснем лазерен лъч към разтвор на глюкоза той се разширява симетрично, понеже разтворът съдържа двата изомера – ляво и дясно въртящ. На линейното преместване по оста x отговаря нелинейното по y . Ако искаме да е обратно трябва да решим обратната функция. Ако я решим чрез корелации и строим графика, ще получим голямо изчислително време. В калкулатора се използват специални функции, като можем да се убедим чрез изчисляване на \ln на числото y .

$$y = e^{\wedge}x \quad x = xy/e^{\wedge}x$$

С цел по-лесно изчертаване на сложни графики се прилага линеризирането им. При тях оста y се завърта до сливането с x и се разтяга или свива като се явява новата ос x .

Красимир П. Христов
Калкулаторът в помощ на ученика
A N S и дроб

—
Българска, първо издание

—
Редакция, графично оформление и предпечатна
подготовка – Йорданка Богдева

Книгоиздателство ИНФОМАРКЕТ
ISBN 954-374-001-1

Печат: КристалПринт, Варна